# Corrigé des exercices supplémentaires

Ce corrigé n'est pas supposé être complet. Il vous indique les grandes lignes pour trouver le résultat, mais sans rentrer dans tous les détails du développement. Si vous avez du mal à suivre le raisonnement, ou si vous voulez des précisions sur un point, n'hésitez pas à me le dire !

### Exercice 4

Choisissons l'axe des $x$ vers la droite et l'axe des $y$ vers le haut. Notons $\alpha$ l'angle entre le câble et le plafond (30°), $\vec{T}$ la tension de ce câble et $\vec{f}$ la force de frottement qui retient le bloc sur la table. En projetant la condition d'équilibre $\sum \vec{F} = \vec{0}$ sur ces axes, nous obtenons :

$$\left.\begin{aligned} T\cos\alpha &= f \\ T\sin\alpha &= P \end{aligned}\right\} \quad \Leftrightarrow \quad \tan\alpha = \frac{P}{f} \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{f\tan\alpha}{g}$$

*A.N.* $\quad m = 0{,}706\,\mathrm{kg}$

### Exercice 5

Choisissons l'axe des $x$ vers la droite et l'axe des $y$ vers le haut. Notons $\alpha$ l'angle entre le fil et l'horizontale (40°), $\vec{T}$ la tension du fil, $\vec{f}$ la force de frottement et $\vec{R}$ la réaction de la table. En projetant la condition d'équilibre $\sum \vec{F} = \vec{0}$ sur ces axes, nous obtenons :

$$\left.\begin{aligned} T\cos\alpha &= f \\ T\sin\alpha &= P - R \end{aligned}\right\} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f = T\cos\alpha \\ R = P - T\sin\alpha \end{cases}$$

*A.N.* $\quad f = 19\,\mathrm{N}$ et $R = 34\,\mathrm{N}$

### Exercice 6

La boule est soumise à son poids $\vec{P}$, à la tension du ressort $\vec{T}$ et à la réaction du plan incliné $\vec{R}$. Choisissons l'axe des $x$ parallèle au plan incliné et orienté vers le bas et l'axe des $y$ perpendiculaire au plan et orienté vers le haut. La projection de la condition d'équilibre sur l'axe des $x$ nous donne :

$$\begin{aligned} && T &= P\cos\alpha \qquad | \text{ avec } T = k\cdot x \text{ selon la loi de Hooke} \\ \Leftrightarrow && k\cdot x &= mg\cos\alpha \\ \Leftrightarrow && x &= \frac{mg\cos\alpha}{k} \end{aligned}$$

*A.N.* $\quad x = 6{,}7\,\mathrm{cm}$, respectivement $x = 16{,}1\,\mathrm{cm}$ pour $\alpha = 35°$

### Exercice 7

a) L'axe de rotation se situe au niveau de la fixation du mât au mur. Les forces appliquées au mât sont la tension du fil $\vec{T}$, le poids du mât $\vec{P_M}$ et le poids du panneau $\vec{P_P}$. Notons $\alpha$ l'angle entre le fil et le mât. L'équilibre de rotation s'écrit :

$$\begin{aligned} && M_+ &= M_- \\ \Leftrightarrow && TL\sin\alpha &= P_M\cdot\frac{L}{2} + P_P\cdot L \\ \Leftrightarrow && TL\sin\alpha &= \left(\frac{1}{2}m_M + m_P\right)\cdot g\cdot L \\ \Leftrightarrow && T &= \frac{\left(\frac{1}{2}m_M + m_P\right)\cdot g}{\sin\alpha} \end{aligned}$$

*A.N.* $T = 128\,\mathrm{N}$

b) Avec les mêmes notations qu'au point précédent, on obtient cette fois-ci :

$$\begin{aligned} & M_+ = M_- \\ \Leftrightarrow \quad & T \cdot \frac{2}{3}L \cdot \sin\alpha = P_M \cdot \frac{L}{2} + P_P \cdot L \\ \Leftrightarrow \quad & T = \frac{\left(\frac{1}{2}m_M + m_P\right) \cdot g}{\frac{2}{3}\sin\alpha} \end{aligned}$$

*A.N.* $T = 110\,\mathrm{N}$

c) Même raisonnement qu'aux points a) et b). Ici on trouve :

$$T = \frac{\left(\frac{1}{2}m_M + \frac{3}{4}m_P\right) \cdot g}{\frac{3}{4}\sin\alpha}$$

*A.N.* $T = 150\,\mathrm{N}$

### Exercice 8

Notons $P_1$ et $a_1$ le poids du côté gauche de l'équerre et son bras de levier. Soit $l_1$ la longueur du côté gauche de l'équerre. Les mêmes notations avec l'indice 2 sont utilisées pour le côté droit. Remarquons que $P_2 = 2 \cdot P_1$ et que $l_2 = 2 \cdot l_1$. L'équilibre de rotation se note alors dans ce cas-ci :

$$\begin{aligned} & M_+ = M_- \\ \Leftrightarrow \quad & P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2 \\ \Leftrightarrow \quad & P_1 \cdot \frac{l_1}{2}\cos\theta = P_2 \cdot \frac{l_2}{2}\sin\theta \\ \Leftrightarrow \quad & P_1 \cdot \frac{l_1}{2}\cos\theta = 2P_1 \cdot \frac{2l_1}{2} \cdot \sin\theta \quad \mid : (P_1 \cdot l_1) \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{1}{2}\cos\theta = 2\sin\theta \\ \Leftrightarrow \quad & \tan\theta = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

*A.N.* $\theta = 14°$

### Exercice 9

Notons $\alpha$ l'angle du plan incliné par rapport à l'horizontale et $\beta$ l'angle de traction de la corde par rapport au plan.

a) L'eskimo doit par sa force de traction compenser $\vec{P}_{\parallel}$. Ceci nous donne :

$$F\cos\beta = P\sin\alpha \quad \Leftrightarrow \quad F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\beta}$$

*A.N.* : $F = 86,2\,\mathrm{N}$

Si on tient en plus compte d'une force de frottement, alors la traction du fil doit aussi compenser cette force, dont l'intensité est donnée par :

$$F_f = P_\perp \cdot \mu = mg\cos\alpha \cdot \mu$$

La nouvelle expression de $F$ vaut alors :

$$F = \frac{mg\sin\alpha + mg\cos\alpha \cdot \mu}{\cos\beta}$$

*A.N.* : $\quad F = 301\,\mathrm{N}$

b) Considérons la situation où les frottements sont négligeables. L'eskimo doit tirer le traîneau et en plus travailler contre son propre poids. Ceci revient à déplacer le point d'application du poids total (eskimo + traîneau) parallèlement au plan avec une vitesse $v$. La puissance est donc donnée par

$$\mathcal{P} = P_{tot} \cdot \sin\alpha \cdot v = m_{tot} \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot v$$

*A.N.* : $\quad \mathcal{P} = 111\,\mathrm{W}$

**Exercice 10**

Pour remonter le paquet à vitesse constante il faut appliquer une force qui compense $P_{\parallel} = P\sin\alpha$ où $\alpha$ désigne l'angle du plan incliné par rapport à l'horizontale. La puissance théorique du moteur vaut alors

$$\mathcal{P}_{theo} = mg\sin\alpha \cdot v$$

*A.N.* : $\quad \mathcal{P}_{theo} = 4353\,\mathrm{W}$

Le moteur travaille avec un rendement de 70% ce qui signifie que seulement 70% de la puissance qu'on lui fournit est réellement transformée en puissance utile. En notant le rendement par $\eta$ :

$$\mathcal{P}_{utile} = \mathcal{P}_{fournie} \cdot \eta \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{P}_{fournie} = \frac{\mathcal{P}_{utile}}{\eta}$$

*A.N.* : $\quad \mathcal{P}_{fournie} = \frac{4353\,\mathrm{W}}{0{,}70} = 6219\,\mathrm{W}$

**Exercice 11**

a) Notons $\alpha$ l'angle du plan incliné par rapport à l'horizontale. En utilisant la règle d'or de la mécanique, on peut affirmer que le travail nécessaire pour remonter le minerai le long de la pente, de longueur $l$, est égal à celui calculé sur un chemin vertical $h$ (du moment qu'on atteint la même hauteur finale $h$).

$$W = mgh = mgl\sin\alpha$$

*A.N.* : $\quad W = 253\,\mathrm{J}$

b) En appliquant la même formule qu'au point précédent, on peut calculer le travail fourni en une minute et ainsi calculer la puissance du moteur :

$$\mathcal{P} = \frac{mgl\sin\alpha}{t}$$

*A.N.* : $\quad \mathcal{P} = \dfrac{1,55 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 22,5\,\mathrm{m} \cdot \sin(35°)}{60\,\mathrm{s}} = 3271\,\mathrm{W}$