Le mot « énergie » est utilisé couramment, mais sauriez-vous le définir avec précision ?

Parmi toutes les formes d'énergie, l'énergie mécanique occupe une importance prédominante pour l'humanité. Elle comporte de l'énergie liée au mouvement des corps (énergie cinétique) et de l'énergie liée à la position des corps (énergie potentielle). Elle est modifiée par l'accomplissement d'un travail.

Chapitre 7 : Energie mécanique d'un système

1. Concept général de l'énergie

Définition : L'énergie d'un système A caractérise sa capacité à modifier l'état d'un autre système B avec lequel il est en interaction.

On dit qu'au cours d'une telle modification il y a transfert d'énergie d'un système à l'autre.

L'énergie peut passer d'un système à l'autre

- par l'accomplissement d'un travail ;
- par échange de chaleur ;
- par échange de masse ;
- par rayonnement ;
- par un courant électrique.

Cela veut dire qu'une variation d'énergie d'un système se traduit par

- une modification de son état de mouvement ;
- une modification de sa forme ;
- une modification de sa masse ;
- une modification de son état thermique.

L'énergie, tout comme le travail, s'exprime en J.

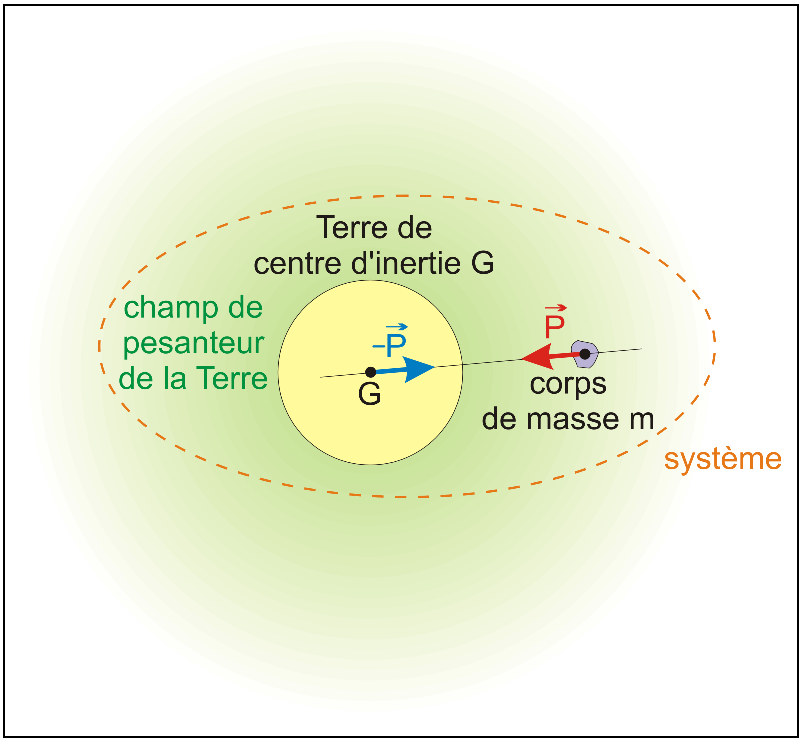
2. Préliminaires pour l'étude de l'énergie mécanique

a) Choix du système

L'étude de l'énergie mécanique d'un corps de masse non négligeable se fera en définissant comme système : **le corps de masse m dans le champ de pesanteur** d'intensité g créé par la Terre. Ainsi les forces d'attraction réciproque $\vec{P}$ et $-\vec{P}$ sont des forces intérieures !

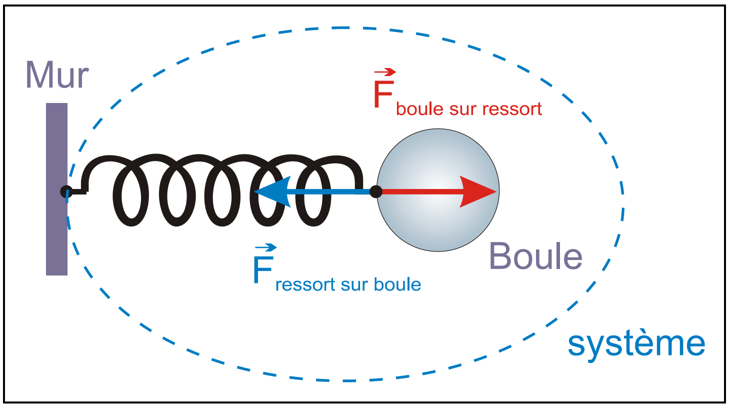
On appelle champ de pesanteur la région proche d'une planète (d'une lune) où une masse m est soumise à un poids $\vec{P}$. Le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ est défini par la relation :

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$



Remarque : Champ de pesanteur et champ de gravitation sont pratiquement synonymes.

De même, si le système comprend un corps de masse m (boule) attachée à un ressort, les forces d'interaction corps-ressort sont des forces intérieures.



b) Approximations

Normalement, on fait les approximations suivantes :

- les corps matériels sont assimilés ou bien à des solides (véhicule, tige, bloc de bois, bille d'acier ne subissant pas de choc,...), ou bien à des corps parfaitement élastiques (ressort, balle super-élastique, fil tendu, bille d'acier subissant un choc avec une surface rigide, ...) ;
- le poids des ressorts et des fils est négligé.

Souvent, nous supposerons que les forces de frottement sont négligeables. Au paragraphe 12, nous traiterons le cas avec frottement.

3. Travail des forces extérieures et variation de l'énergie mécanique

a) Cas du travail moteur

Si une force extérieure $\vec{F}$ s'exerce sur un corps, et que le travail W de cette force est moteur (W > 0), la force $\vec{F}$ contribue au mouvement et apporte donc de l'énergie mécanique au corps! Cette augmentation de l'énergie mécanique E s'écrit ΔE.

Quelle est la quantité d'énergie ΔE apportée ?

Eh bien, ΔE est égal au travail W de la force $\vec{F}$ $\Leftrightarrow$ $\Delta E = W > 0$.

b) Cas du travail résistant

Si une force extérieure $\vec{F}$ s'exerce sur un corps, et que le travail W de cette force est résistant (W < 0), la force $\vec{F}$ s'oppose au mouvement et enlève donc de l'énergie mécanique au corps! Cette diminution de l'énergie mécanique E s'écrit ΔE.

Quelle est la quantité d'énergie ΔE enlevée ?

ΔE est égal au travail W de la force $\vec{F}$ $\Leftrightarrow$ $\Delta E = W < 0$.

c) Variation de l'énergie mécanique d'un système

En général un système est soumis à plusieurs forces extérieures. Si le système se déplace, certaines de ces forces effectuent un travail moteur: elles augmentent l'énergie mécanique du système. D'autres effectuent un travail résistant en diminuant l'énergie mécanique du système.

Finalement, la variation de l'énergie mécanique du système est égale à la somme de tous les travaux de toutes les forces extérieures s'exerçant sur le système.

$$\boxed{\Delta E = \sum W_{\text{forces extérieures}}}$$

Dans la suite, nous ne ferons qu'appliquer cette relation !

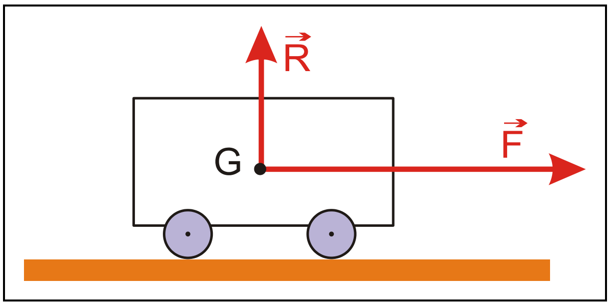
Nous donnerons des exemples qui illustrent que :

* un système peut recevoir de l'énergie mécanique ;
* un système peut posséder de l'énergie mécanique sous différentes formes ;
* un système peut céder de l'énergie mécanique ;
* l'énergie mécanique d'un système peut se transformer d'une forme en une autre ;
* deux systèmes peuvent échanger de l'énergie mécanique.

4. Un système reçoit de l'énergie mécanique

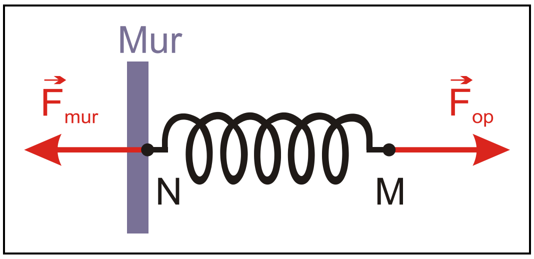
S'il est soumis à une force extérieure effectuant un travail moteur !

a) Exemple 1 : un wagon est accéléré et reçoit de l'énergie cinétique



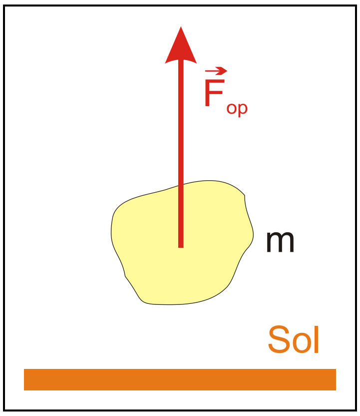
* Système : wagon (dans le champ de pesanteur).
* Forces extérieures : $\vec{F}$ exercée par la locomotive, et $\vec{R}$ exercée par les rails.
* Le wagon est accéléré sous l'action des forces $\vec{F}$ et $\vec{R}$: $W(\vec{F}) > 0$ et $W(\vec{R}) = 0$ ($\vec{R}$ perpendiculaire au déplacement).
* L'énergie mécanique E du système a donc augmentée de $\Delta E = W(\vec{F})$. L'énergie acquise par le wagon (dans le champ de pesanteur) s'appelle énergie cinétique E_c (= énergie de mouvement).

b) Exemple 2 : un ressort est tendu et reçoit de l'énergie potentielle élastique



* Système : ressort (dans le champ de pesanteur).
* Forces extérieures : $\vec{F}_{op}$ exercée par un opérateur qui tend le ressort, et $\vec{F}_{mur}$ exercée par le mur.
* Le ressort est tendu sous l'action des forces $\vec{F}_{op}$ et $\vec{F}_{mur}$:
  $W(\vec{F}_{op}) > 0$ et $W(\vec{F}_{mur}) = 0$ (pas de déplacement).
* L'énergie mécanique E du système a donc augmentée de $\Delta E = W(\vec{F}_{op})$.
  L'énergie acquise par le système s'appelle énergie potentielle élastique $E_{p\,élast}$.
  (Cette énergie est liée à la position relative de l'extrémité M du ressort par rapport à l'extrémité N).

c) Exemple 3 : un corps est soulevé et reçoit de l'énergie potentielle de pesanteur



* Système : corps de masse m (dans le champ de pesanteur).
* Force extérieures : $\vec{F}_{op}$ exercée par un opérateur (le poids $\vec{P}$ est une force intérieure).
* Le corps est soulevé sous l'action de la force $\vec{F}_{op}$: $W(\vec{F}_{op}) > 0$.
* L'énergie mécanique E du système a donc augmentée de $\Delta E = W(\vec{F}_{op})$.

  L'énergie acquise par le système s'appelle énergie potentielle de pesanteur $E_{p\ pes}$.
  (Cette énergie est liée à la position relative du corps par rapport à la Terre, ou en d'autres termes, à la position du corps dans le champ de pesanteur de la Terre).

5. Un système possède de l'énergie mécanique

Un système possède de l'énergie mécanique

* s'il en a reçu (évident) ;
* s'il est capable de céder (de fournir) de l'énergie mécanique à un autre système ;

  ⇔ s'il est capable d'exercer sur un autre système une force dont le travail est moteur ;

  ⇔ s'il est capable de mettre un autre corps en mouvement ;
* s'il est capable d'échauffer un autre corps par l'accomplissement d'un travail de frottement.

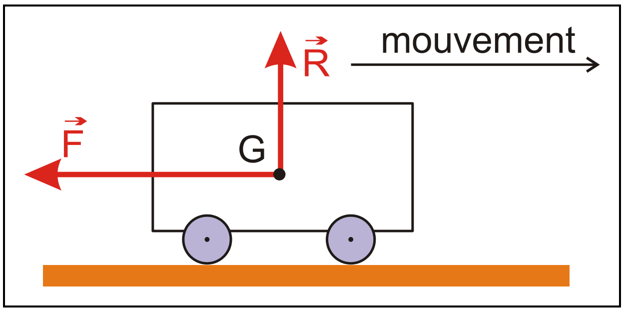
Un corps peut posséder de l'énergie mécanique sous différentes formes :

* un corps en mouvement possède de **l'énergie cinétique** ;
* un ressort tendu ou comprimé, un fil tordu, possèdent de **l'énergie potentielle élastique** ;
* un corps situé dans le champ de pesanteur possède de **l'énergie potentielle de pesanteur**.

6. Un système cède de l'énergie mécanique

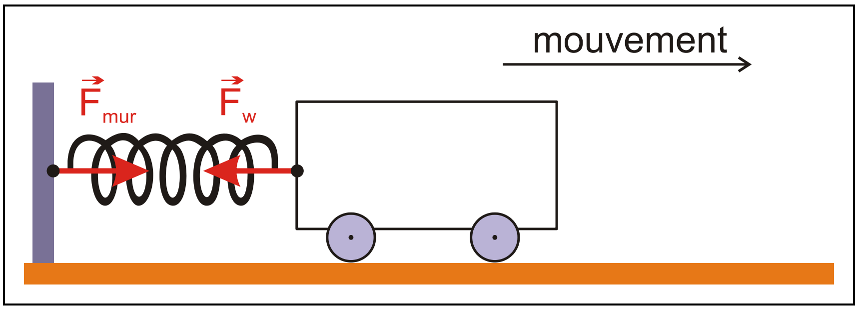
S'il est soumis à une force extérieure effectuant un travail résistant !

a) Exemple 1 : un wagon est freiné par une force $\vec{F}$



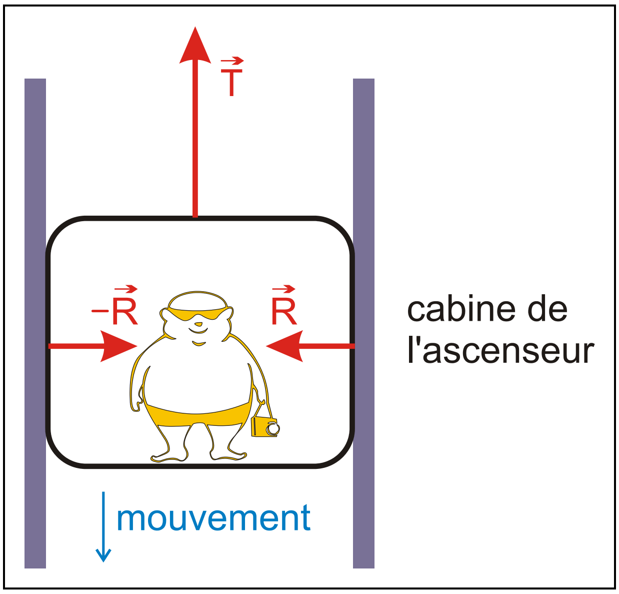
* Système : wagon (dans le champ de pesanteur).
* Forces extérieures : $\vec{F}$ (force de freinage) et $\vec{R}$ (réaction des rails).
* $W(\vec{R}) = 0$ (force perpendiculaire au déplacement).
* Donc : $\Delta E = W(\vec{F}) < 0$.

b) Exemple 2 : un ressort initialement comprimé se détend en mettant un wagon en mouvement



* Système : ressort (dans le champ de pesanteur).
* Forces extérieures : $\vec{F}_w$ exercée par le wagon et $\vec{F}_{mur}$ exercée par le mur.
(Le ressort exerce la force $-\vec{F}_w$ sur le wagon afin d'accélérer celui-ci !)
* $W(\vec{F}_{mur}) = 0$ (pas de déplacement).
* Donc : $\Delta E = W(\vec{F}_w) < 0$.

c) Exemple 3 : un ascenseur de déplace à vitesse constante vers le bas



* Système : cabine de l'ascenseur (dans le champ de pesanteur).

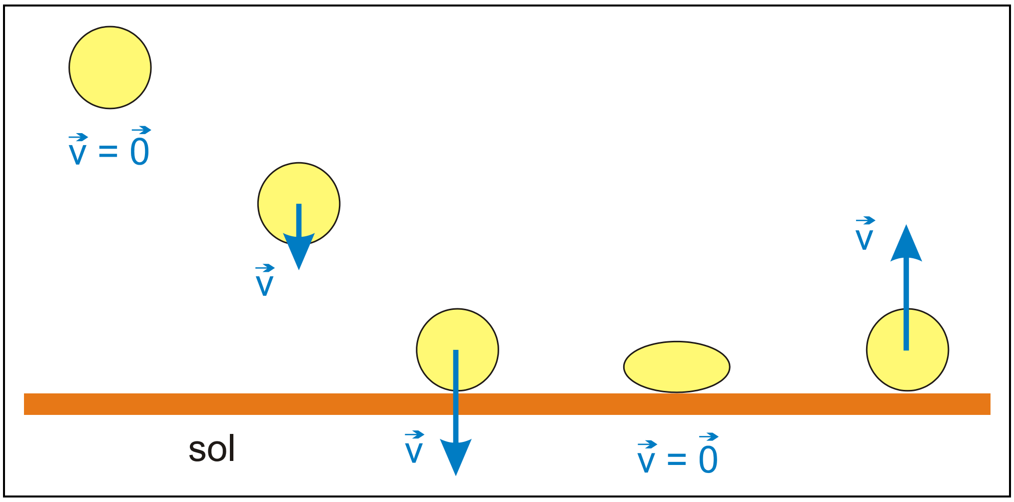
* Forces extérieures : $\vec{T}$ (tension du câble), $\vec{R}$ et $-\vec{R}$ (réactions exercées par les murs).

* $W(\vec{R}) = W(-\vec{R}) = 0$ (forces perpendiculaires au déplacement).

* Donc : $\Delta E = W(\vec{T}) < 0$.

7. L'énergie d'un système peut se transformer d'une forme en une autre

a) Exemple 1 : une balle super-élastique tombe par terre et rebondit



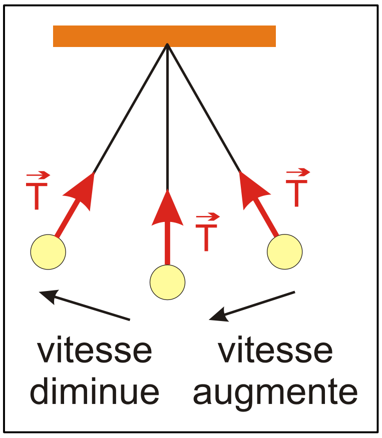
* Système : balle (dans le champ de pesanteur).

* Forces extérieures : aucune, aussi longtemps que la balle n'est pas en contact avec le sol, sinon la réaction $\vec{R}$ du sol.

* Pas de contact avec le sol : l'énergie mécanique E reste constante.
  Contact : $\vec{R}$ provoque la transformation de E_c en $E_{p\ élast}$ et inversement.

* Transformations d'énergie :
  - la balle tombe et sa vitesse augmente: $E_{p\ pes} \rightarrow E_c$;
  - la balle est freinée par le sol et se déforme: $E_c \rightarrow E_{p\ élast}$;
  - la balle se détend et reprend de la vitesse: $E_{p\ élast} \rightarrow E_c$;
  - la balle remonte et sa vitesse diminue: $E_c \rightarrow E_{p\ pes}$.

b) Exemple 2 : un pendule pesant (corps attaché à un fil) oscille



* Système : corps (dans le champ de pesanteur).

* Forces extérieures : la tension $\vec{T}$ du fil : $W(\vec{T}) = 0$.

* Donc : l'énergie mécanique E reste constante.

* Transformations d'énergie :
  - Le corps descend et sa vitesse augmente : $E_{p\ pes} \rightarrow E_c$;
  - Le corps remonte et sa vitesse diminue : $E_c \rightarrow E_{p\ pes}$.

8. Deux systèmes peuvent échanger de l'énergie mécanique

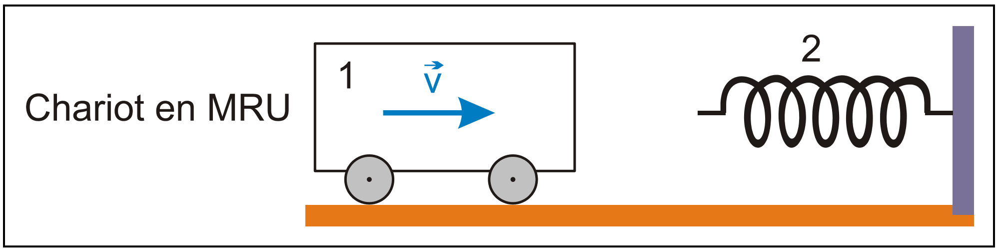
Si les deux systèmes exercent une force l'un sur l'autre dont le travail n'est pas nul !

Exemple : système 1 : wagon (dans le champ de pesanteur) ; système 2 : ressort

* **Initialement :**

1 possède de l'énergie mécanique sous forme cinétique : $E_{1i} = E_c$;

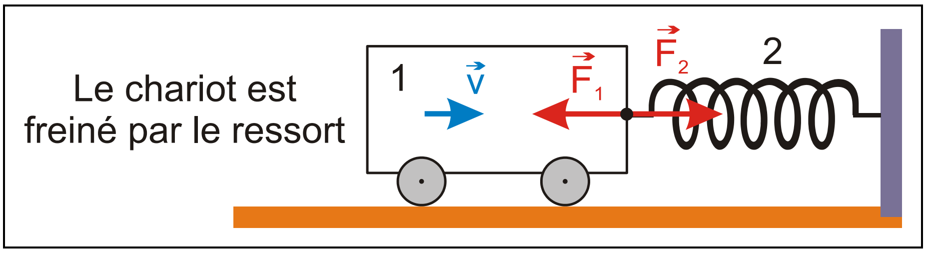
2 ne possède pas d'énergie mécanique : $E_{2i} = 0$.



* **Pendant l'échange :**

1 exerce sur 2 la force $\vec{F}_2$: $W(\vec{F}_2) > 0 \Rightarrow$ 2 reçoit de l'énergie.

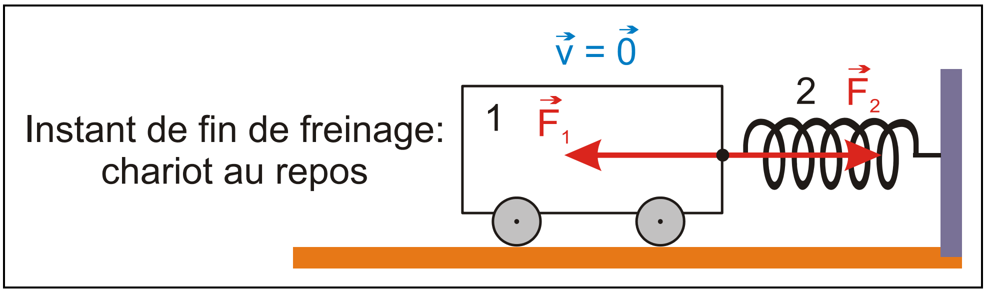
2 exerce sur 1 la force $\vec{F}_1$: $W(\vec{F}_1) < 0 \Rightarrow$ 1 cède de l'énergie.



* **Finalement :**

1 ne possède plus d'énergie : $E_{1f} = 0$;

2 possède de l'énergie potentielle élastique : $E_{2f} = E_{p\ \text{élast}}$.



Variation de l'énergie mécanique :

de 1 : $\Delta E_1 = E_{1f} - E_{1i} = W(\vec{F}_1) = -E_c < 0$;

de 2 : $\Delta E_2 = E_{2f} - E_{2i} = W(\vec{F}_2) = E_{p\ \text{élast}} > 0$.

D'après le principe des actions réciproques $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \iff W(\vec{F}_1) = -W(\vec{F}_2)$ et $\Delta E_1 = -\Delta E_2$.

Il y a eu transfert (sans pertes) d'énergie mécanique de 1 vers 2 !

9. Conclusions : théorème de l'énergie mécanique

a) Les différentes formes de l'énergie mécanique E

* L'énergie mécanique d'un système se présente sous plusieurs formes :
  - énergie cinétique E_c;
  - énergie potentielle de pesanteur $E_{p\ pes}$;
  - énergie potentielle élastique $E_{p\ élast}$.

* Un système peut avoir de l'énergie mécanique sous toutes les formes en même temps. Dans ce cas :

$$\boxed{E = E_c + E_{p\ pes} + E_{p\ élast}}$$

* L'énergie mécanique d'un système peut se transformer d'une forme en une autre.

b) Variation de l'énergie mécanique d'un système : théorème de l'énergie mécanique

Si plusieurs forces extérieures, de résultante $\vec{F}_r$, agissent sur un système, alors la variation de l'énergie mécanique du système est égale à la somme des travaux des forces extérieures :

$$\boxed{\Delta E = \sum W_{ext} = W(\vec{F}_r)}$$

Si $\sum W_{ext} > 0 \Leftrightarrow E_f > E_i \Leftrightarrow \Delta E > 0 \Leftrightarrow$ le système a reçu ΔE.

Si $\sum W_{ext} < 0 \Leftrightarrow E_f < E_i \Leftrightarrow \Delta E < 0 \Leftrightarrow$ le système a cédé $|\Delta E|$ (a reçu $\Delta E < 0$).

Si $\sum W_{ext} = 0 \Leftrightarrow E_f = E_i \Leftrightarrow \Delta E = 0 \Leftrightarrow$ l'énergie mécanique du système est conservée (système isolé).

c) Echange d'énergie mécanique entre deux systèmes

* Si deux systèmes interagissent l'un sur l'autre, ils échangent l'énergie mécanique égale à $|W_{\text{force d'interaction}}|$.

* L'énergie reçue par l'un est égale à l'énergie cédée par l'autre.

* Au cours de l'échange, l'énergie mécanique peut changer de forme.

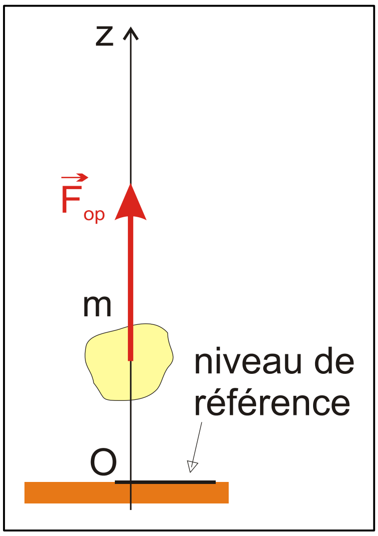
d) Conservation de l'énergie mécanique d'un système isolé ($\vec{F}_r = 0$)

Le système isolé n'échange pas d'énergie mécanique avec l'extérieur. Son énergie mécanique est conservée.

Ce cas important se présentera dans de nombreuses applications numériques !

10. Expression mathématique de l'énergie potentielle de pesanteur

Un opérateur soulève, à vitesse constante, un corps de l'altitude z = 0 (niveau de référence où $E_{p\,pes} = 0$) à l'altitude $z > 0$.



* Système : corps de masse m (dans le champ de pesanteur).
* Forces extérieures : $\vec{F}_{op}$ exercée par l'opérateur (le poids $\vec{P}$ est une force intérieure).
* $\vec{v}$ = constant $\Leftrightarrow$ $\vec{F}_{op} = -\vec{P}$ $\Rightarrow$ $F_{op} = P = mg$.
* $W(\vec{F}_{op}) > 0$ $\Rightarrow$ l'énergie mécanique du système augmente de $\Delta E = W(\vec{F}_{op}) = -W(\vec{P}) = mgz$.
* Comme E_c ne varie pas et que $E_{p\,élast} = 0$, toute cette énergie se retrouve dans le système sous forme d'énergie potentielle de pesanteur $E_{p\,pes}$.

Conclusion :

1. L'énergie potentielle de pesanteur d'un corps de masse m situé à l'altitude z (repérée à partir du niveau de référence, et vers le haut) vaut :

$$\boxed{E_{p\,pes} = mgz}$$

   Elle dépend du niveau de référence choisi !

2. La variation de l'énergie potentielle de pesanteur d'un corps de masse m vaut :

$$\boxed{\Delta E_{p\,pes} = mg{\cdot}\Delta z = -W(\vec{P})}$$

   Elle est indépendante du niveau de référence choisi.

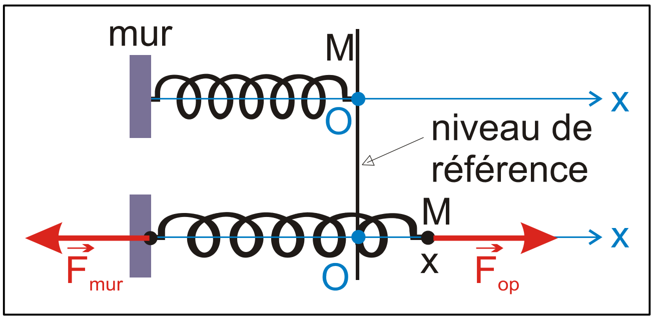
Remarques :

1. On choisit le niveau de référence z = 0 comme on veut.
2. $z < 0$ $\Rightarrow$ $E_{p\,pes} < 0$: l'énergie potentielle de pesanteur est alors plus petite qu'au niveau de référence.
3. Pour un corps dont l'altitude initiale est égale à l'altitude finale, il n'y a pas de variation d'énergie potentielle.
4. L'énergie potentielle de pesanteur d'un système formée de plusieurs corps matériels est la somme des énergies potentielles des différents corps :

$$\boxed{E_{p\,pes\,totale} = \sum E_{p\,pes}}$$

11. Expression mathématique de l'énergie potentielle élastique

Un opérateur tend à vitesse constante un ressort de la position $x = 0$ (ressort non tendu, niveau de référence) à la position $x > 0$ à l'aide des forces $\vec{F}_{op}$ et $\vec{F}_{mur}$.



* Système : Ressort de raideur k.
* Forces extérieures : $\vec{F}_{op}$ et $\vec{F}_{mur}$.
* $\vec{v}$ = constant $\Leftrightarrow$ $\vec{F}_{op} = -\vec{T}$ $\Rightarrow$ $F_{op} = T = kx$.
* $W(\vec{F}_{op}) > 0$ et $W(\vec{F}_{mur}) = 0$ $\Rightarrow$ l'énergie mécanique du système augmente de $\Delta E = W(\vec{F}_{op}) = -W(\vec{T}) = \frac{1}{2}kx^2$.
* Comme E_c ne varie pas et que $E_{p\,pes} = 0$, toute cette énergie se retrouve dans le système sous forme d'énergie potentielle élastique $E_{p\,élast}$.

Conclusions :

1. L'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur k, tendu ou comprimé d'une longueur x (repérée à partir du niveau de référence correspondant au ressort non déformé) vaut :

$$\boxed{E_{p\,élast} = \frac{1}{2}kx^2}$$

2. La variation de l'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur k (x repéré à partir du niveau de référence correspondant au ressort non déformé) vaut :

$$\boxed{\Delta E_{p\,élast} = \frac{1}{2}k\cdot\Delta\left(x^2\right) = -W(\vec{T})}$$

Remarques :

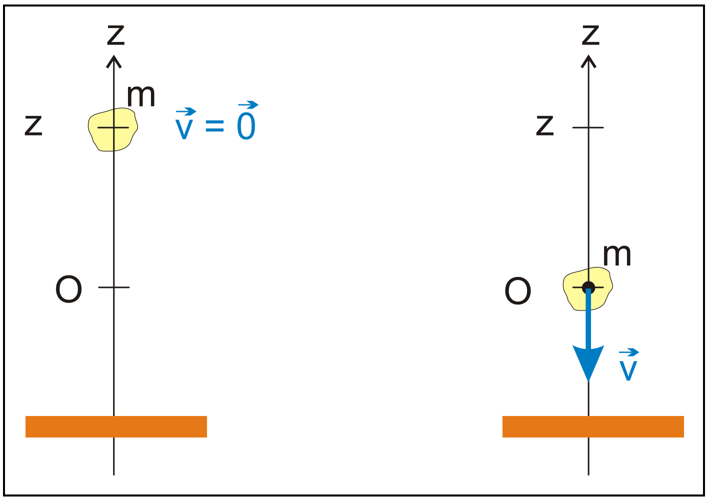
1. Le niveau de référence $x = 0$ est toujours choisi à l'extrémité libre du ressort non-déformé.
2. Pour un ressort dont la déformation initiale est égale à la déformation finale, il n'y a pas de variation d'énergie potentielle.
3. L'énergie potentielle élastique totale d'un système formée de plusieurs ressorts est la somme des énergies potentielles des différents ressorts :

$$\boxed{E_{p\,élast\,totale} = \sum E_{p\,élast}}$$

12. Expression mathématique de l'énergie cinétique

a) Energie cinétique d'un corps ponctuel

Un opérateur lâche un corps ponctuel de masse m à l'altitude z > 0 avec une vitesse initiale nulle. Le corps tombe en chute libre.



* Système : corps de masse m (dans le champ de pesanteur).

* Forces extérieures : aucune (le poids étant une force intérieure).

* L'énergie mécanique E du système est donc conservée!

* Etat initial : Corps lâché à la position d'abscisse z, sans vitesse initiale: $v_z = 0$.
$E_{p\ pes} = mgz$ et $E_c = 0 \Rightarrow E_i = mgz$.

* Etat final : Corps à la position z = 0, avec vitesse $v_z = -v < 0$.
$E_{p\ pes} = 0$ et $E_c \neq 0 \Rightarrow E_f = E_c$.

* Comme $E_i = E_f$, on a $E_c = mgz$.

* Or pour le mouvement de chute libre, qui est un mouvement rectiligne uniformément varié, on a: $\Delta(v_z^2) = 2a_z\Delta z$.
Dans notre cas, où a_z = -g: $v_z^2 - 0 = -2g(0 - z) \Leftrightarrow v^2 = 2gz \Leftrightarrow z = \dfrac{v^2}{2g}$.
Finalement : $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$.

Conclusion :

L'énergie cinétique d'un corps ponctuel de masse m animé d'une vitesse v vaut :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$$

b) Energie cinétique d'un système de points matériels

Considérons un système à n points: 1, 2, ..., n. Les masses sont respectivement m_1, m_2, ..., m_n, et les vitesses v_1, v_2, ..., v_n.

L'énergie cinétique du système est égale à la somme des énergies cinétiques de chacun des points.

$$\boxed{E_c = \sum_i E_{ci} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2}$$

c) Energie cinétique d'un système en translation

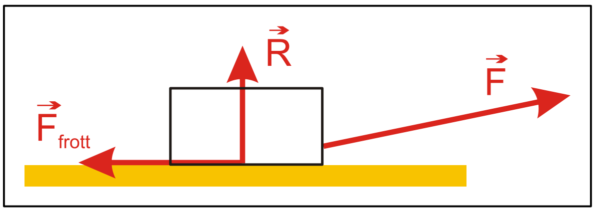
Translation $\Rightarrow$ tous les $\vec{v}_i$ sont égaux = $\vec{v}_G$ (vitesse du centre d'inertie G).

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_G^2 = \frac{1}{2} v_G^2 \sum_i m_i = \frac{1}{2} m v_G^2 \quad \text{(m = masse totale du système)}$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v_G^2}$$

13. Cas où les frottements ne sont pas négligeables

Exemple : un wagon est accéléré sous l'action d'une force $\vec{F}$



* Système : wagon (dans le champ de pesanteur).

* Forces extérieures : $\vec{F}$ (force accélératrice), $\vec{R}$ (réaction du sol) et $\vec{F}_{frott}$ (force de frottement).

* Travaux des forces extérieures : $W(\vec{F}) > 0$, $W(\vec{R}) = 0$ et $W(\vec{F}_{frott}) < 0$.

* Variation de l'énergie mécanique E du système : $\Delta E = W(\vec{F}) + W(\vec{F}_{frott})$.

* Comme $W(\vec{F}_{frott}) < 0$, le système reçoit moins d'énergie mécanique que dans le cas où il n'y aurait pas de frottements.

* Si la force $\vec{F}$ cesse d'agir, $\Delta E = W(\vec{F}_{frott}) < 0 \Rightarrow$ E diminue !
Par contre, le wagon et le sol s'échauffent : ***leur énergie interne U*** augmente !

Remarque : La force $\vec{F}$ apporte l'énergie $W(\vec{F})$ au système. Une partie égale à $|W_{frott}|$ sert à échauffer le wagon et le sol, donc à augmenter ***l'énergie interne U** de ces systèmes*. Le reste sert à augmenter l'énergie mécanique E du wagon.

L'énergie interne U est constitué de l'énergie cinétique des particules en agitation thermique, et de l'énergie potentielle (de position) dû à l'arrangement des particules.

14. Théorème de l'énergie cinétique

a) Etablissement à partir du théorème de l'énergie mécanique

Considérons le cas général où le système est formé par un solide de masse m attaché à un ressort de raideur k et placé dans le champ de pesanteur de la Terre. Supposons qu'il soit soumis à des forces extérieures: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$. Le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du ressort sont des forces intérieures.

On a alors : $$\Delta E = \sum W\left(\vec{F}_{ext}\right) = W\left(\vec{F}_1\right) + W\left(\vec{F}_2\right) + ... + W\left(\vec{F}_n\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta E_c + \Delta E_{p\,pes} + \Delta E_{p\,\text{élast}} = W\left(\vec{F}_1\right) + W\left(\vec{F}_2\right) + ... + W\left(\vec{F}_n\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta E_c = -\Delta E_{p\,pes} - \Delta E_{p\,\text{élast}} + W\left(\vec{F}_1\right) + W\left(\vec{F}_2\right) + ... + W\left(\vec{F}_n\right)$$

avec : $\Delta E_{p\,pes} = -W\left(\vec{P}\right)$ et: $\Delta E_{p\,\text{élast}} = -W\left(\vec{T}\right)$

Finalement : $$\Delta E_c = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\vec{T}\right) + W\left(\vec{F}_1\right) + W\left(\vec{F}_2\right) + ... + W\left(\vec{F}_n\right)$$

Si on choisit comme système **le solide uniquement**, les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont des forces extérieures au même titre que $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$.

Pour ce corps, la variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures.

b) Etablissement à partir du principe fondamental (niveau 1re BC)

Considérons un système formé par un solide de masse m, soumis aux forces extérieures $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$. Parmi ces forces, il y a le poids, et éventuellement des forces élastiques exercées par des ressorts.

Le principe fondamental s'applique pour ce corps : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

Faisons le raisonnement mathématique suivant :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\sum \vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v}$$

$$\sum \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\sum \vec{F} \cdot d\vec{s} = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

$$\sum dW = dE_c$$

La variation élémentaire de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux élémentaires des forces extérieures.

c) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un solide indéformable est égale la somme des travaux des forces extérieures qui s'exercent sur lui.

$$\boxed{\Delta E_c = \sum W_{ext}}$$

Le théorème de l'énergie cinétique ne traduit pas une nouvelle loi de la nature : il est équivalent au principe fondamental de Newton. Seulement, le formalisme mathématique est différent.

d) Remarque importante : théorème de l'énergie mécanique et théorème de l'énergie cinétique

Les deux théorèmes sont équivalents. Dans les cas que nous traiterons, on pourra appliquer soit l'une, soit l'autre, selon l'humeur du jour.

Par contre, si dans une situation simple où il n'y a qu'un seul corps (de masse non négligeable) susceptible de se déplacer et donc de posséder de l'énergie cinétique, il peut paraître plus simple de choisir ce corps comme système et d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

Attention aux systèmes choisis, et donc aux forces extérieures à prendre en compte :

- **théorème de l'énergie mécanique : système = corps matériels + ressorts, placés dans le champ de pesanteur de la Terre ; les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont des forces intérieures ;**
- **théorème de l'énergie cinétique : système = corps matériels ; les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont des forces extérieures.**

Energie mécanique - Exercices supplémentaires

1. Presse pour tôles

Dans une presse à emboutir les tôles de carrosseries automobiles, la partie mobile de masse m = 2,0 t est élevée à une hauteur h = 20 cm, puis abandonnée en chute libre.

Calculez son énergie cinétique juste avant le choc. Que deviendra cette énergie au cours du choc ?

En admettant que 70% de cette énergie servira à déformer la tôle, et que la déformation se fait sur une distance de 5 cm, calculer la force moyenne exercée par la presse sur la tôle.

2. Caravane tractée

Une caravane est tractée par une automobile sur une route horizontale, à vitesse constante.

a) L'énergie mécanique de la caravane est-elle constante ?

b) La caravane est-elle un système isolé ?

3. Toboggan

Un enfant de masse m = 30 kg s'assied au sommet d'un toboggan de hauteur h = 3,5 m.

a) Quelle est l'énergie potentielle de l'enfant ?

b) Il se laisse glisser. En négligeant les frottements, calculez sa vitesse lorsqu'il arrive au bas du toboggan dont la hauteur au-dessus du sol est h' = 0,4 m.

c) En réalité, il arrive en bas avec une vitesse qui n'est que de 2,5 m/s. Calculez la force de frottement sachant que la longueur du toboggan est de 6,7 m.

4. Boule de démolition

Une boule de démolition de masse m = 400 kg est suspendue à un câble de longueur l = 5 m. Le câble est initialement incliné d'un angle de 30° par rapport à la verticale, puis ce pendule est abandonné à lui-même. La boule ayant abattu un pan de mur remonte finalement jusqu'à ce que le fil fasse un angle de 7° par rapport à la verticale.

a) Expliquez en détail les transformations et transferts d'énergie entre l'état initial et l'état final décrit ci-dessus.

b) Calculez l'énergie mécanique cédée par la boule au cours du choc.

5. Plan incliné

L'altitude de Bourg-St-Maurice est 840 m, celle du col de l'Iseran est 2720 m. La route est longue de 20 km.

a) En supposant les frottements négligeables calculez la vitesse d'une automobile de masse 1000 kg à Bourg-St-Maurice pour qu'elle puisse atteindre le sommet du col de l'Iseran par élan. Qu'en pensez-vous ?

b) La force de frottement vaut 20% du poids de l'automobile. Sa vitesse à Bourg-St-Maurice vaut 100 km/h. On suppose que la route équivaut à un plan incliné en ligne droite. Calculez la distance parcourue par élan par cette voiture.